

# Некоторые статистические демодуляторы для частотно позиционное кодирования с быстрой перестройкой частот

Крещук А. А.  
ИППИ РАН  
krsch@iitp.ru

Потапов В. Г.  
ИППИ РАН  
potapov@iitp.ru

## Аннотация

*Данная работа посвящена вопросам организации передачи в “плохих” каналах, в которых отношение сигнал-шум мало и присутствует мешающий сигнал, с использованием частотно позиционного кодирования с быстрой перестройкой частот. В данной работе предложен алгоритм демодуляции, существенно более устойчивый к наличию мощного мешающего сигнала. Выбран статистический критерий, позволяющий повысить корректирующую способность в этих условиях. В результате компьютерного моделирования показано, что предложенный алгоритм демодуляции в условиях сильно мешающего сигнала имеет более высокую корректирующую способность, чем известные ранее.*

## 1. Введение

В настоящее время большинство работ по теории кодирования и коммуникациям предполагают использование канала с большим отношением сигнал-шум. Тем не менее, задача передачи данных в частотно-селективных каналах с низким отношением сигнал-шум актуальна. Примером такого канала может служить канал передачи по линиям передачи электроэнергии [2]. В таком канале коэффициент передачи на некоторых диапазонах частот достигает -40 дБ.

Другим примером передачи в “плохом” канале является надёжная передача в нелицензируемом диапазоне радиочастот на большие расстояния. На этих частотах могут передавать различные широкополосные излучатели, такие как точки доступа wifi. Уровень такого мешающего сигнала может превышать 30 дБ относительно полезного сигнала. Эволюция коэффициентов передачи канала может быть приближена моделью COST 207.

Некоторые модели подобных каналов мы описываем в §2. Затем, §3 мы описываем систему передачи данных. В §4 мы описываем существующие алгорит-

мы демодуляции такого сигнала, а в §5 предлагаем новый алгоритм демодуляции. Для оценки корректирующей способности демодулятора проведено численное моделирование. Его результаты представлены в §6.

## 2. Модели канала

В настоящее время существует множество различных моделей распространения сигнала, построенных для различных условий распространения. В общем виде такой канал можно записать в виде:

$$r(t) = \sum_{i=0}^{\tau} h(t, i)s(t - i) + \eta(t), \quad (1)$$

где  $s(t)$  – сигнал, переданный в момент времени  $t$ ,  $r(t)$  – сигнал, полученный в момент времени  $t$ ,  $h(t, i)$  – импульсный отклик канала в момент времени  $t$  и  $\eta(t)$  – белый гауссов шум. Большинство моделей канала можно представить в виде мультипликативно-го в частотной области канала с белым гауссовым шумом и некоторым законом эволюции. Таким образом, при использовании OFDM модуляции в квазистатичном канале, формулу 1 можно переписать в виде:

$$r_i = h_i s_i + \eta_i, \quad (2)$$

где  $r_i$  –  $i$ -й канал на выходе OFDM приёмника,  $s_i$  –  $i$ -й канална входе OFDM передатчика,  $h_i$  – коэффициенты передачи канала и  $\eta_i$  – белый гауссов шум. В дальнейшем мы будем рассматривать только частотное представление канала.

Простейшим примером такого канала является Релеевский канал, который не имеет внутреннего состояния, то есть  $h_i$ , принадлежащие разным OFDM блокам, статистически независимы.

### 2.1. Релеевский канал

В Релеевском канале  $h_i$  имеет комплексной гауссово распределение с нулевым средним и дисперсией 0.5. При этом  $|h_i|$  имеет распределение Релея.

## 2.2. COST 207

COST 207 является более точной моделью радиоканала. Для различных условий передачи, таких как равнина, холмистая местность или городские условия, и различных скоростей движения приёмника и передатчика построены модели, описывающие эволюция коэффициентов  $h_t$  во времени.

## 3. Частотно позиционное кодирование с быстрой перестройкой частот

Частотно-позиционное кодирование (англ. frequency shift keying) достаточно часто используется для каналов с малым отношением сигнал-шум. Пусть у приёмника и передатчика есть диапазон частот, в котором выделено  $q$  несущих частот  $F_i, i = \overline{1, q}$ . При передаче символа  $i$  в канал передаётся синусоидальный сигнал с частотой  $F_i$ . Выберем частоты  $F_i$  так, чтобы на интервале передачи одного символа все передаваемые сигналы были ортогональны. Тогда на передатчике и на приёмнике мы сможем использовать OFDM модуляцию.

Для увеличения помехозащищённости нередко применяют быструю перестройку частот. При этом приёмнику и передатчику известны перестановки частот  $\pi_t(\vec{x})$ , где  $t$  - номер символа OFDM. Каждый символ передаётся несколько раз с разными перестановками частот. Перед демодуляцией сигнал подвергается обратной перестановке  $\pi_t^{-1}(\vec{x})$ . Таким образом, на вход демодулятору подаётся матрица  $q \times T$ , где  $q$  - порядок модуляции, а  $T$  - количество перестановок (прыжков по частотам) на один символ. Во всех описанных ниже алгоритмах элементами матрицы являются энергии отдельных сигналов, то есть абсолютные значения принятых комплексных символов.

## 4. Некоторые существующие алгоритмы демодуляции

Многие алгоритмы демодуляции являются развитием демодуляции по максимальной суммарной энергии. Его можно описать следующей формулой:

$$\text{demod}(\mathbf{R}) = \arg \max_i \sum_{t=1}^T \mathbf{R}_{it},$$

где  $\mathbf{R}$  - матрица принятого сигнала, первый индекс которой обозначает номер несущей частоты, а второй индекс обозначает номер OFDM символа. Таким образом этот демодулятор суммирует полученную матрицу по строкам и выбирает строку с максимальной суммой.

Известно, что для гауссовского канала демодулятор по максимальной суммарной энергии являет-

ся демодулятором по максимуму правдоподобия. К сожалению, в канале с замираниями его корректирующая способность становится хуже на несколько дБ. При наличии мощного мешающего сигнала его использование становится невозможным. Существует несколько модификаций данного алгоритма, позволяющих частично решить эти проблемы. Многие из них описаны в [1]. Ниже мы опишем одну из них.

## 4.1. Order Statistics-Normalized Envelope Detection Based Diversity Combining

Опишем алгоритм работы демодулятора OSN:

1. Отсортируем каждую строку матрицы  $\mathbf{R}$  по возрастанию энергии.
2. Отнормируем каждый столбец полученной матрицы, то есть, разделим каждый элемент столбца на сумму всех элементов столбца.
3. Применим к полученной матрице демодуляцию по максимуму суммарной энергии.

Данный алгоритм неплохо работает для каналов с замираниями, но при наличии мощного мешающего сигнала он проигрывает предложенным алгоритмам.

## 5. Базовое описание предложенного алгоритма

Для снижения вероятности ошибки при наличии мощного мешающего сигнала мы решили отказаться от использования самого значения энергии принятого сигнала. Предложенные демодуляторы используют только эмпирическую функцию распределения энергии для отдельных строк принятой матрицы. При этом все предложенные критерии используют только ранги принятых сигналов, то есть их можно сформулировать в терминах матрицы  $\mathbf{X} = \mathbf{Rg}(\mathbf{R})$ , где  $x_{im} = \#_{im}\{r_{it} > r_{im}\}$ , где  $\#_i P_i$  обозначает количество  $i$  таких что выполнено условие  $P_i$ . Уход от использования значений энергии позволяет повысить устойчивость к мешающему сигналу.

Пусть есть некоторый статистический критерий неоднородности выборок  $x$  и  $y$ , имеющий метрику  $K(x, y)$ , то есть чем больше  $K(x, y)$  тем с большим уровнем допустимости можно сказать, что  $x$  и  $y$  имеют разное распределение вероятности.

Основная идея алгоритма демодуляции заключается в том, что демодулятор вычисляет  $K_i = K(\mathbf{R}_i, \mathbf{R})$ , где  $\mathbf{R}_i$  -  $i$ -ая строка матрицы  $\mathbf{R}$ . Выходом демодулятора является число  $\arg \max_i K_i$ .

В качестве критерия однородности мы предлагаем использовать критерий Колмогорова-Смирнова, описанный ниже.

## 5.1. Критерий Колмогорова-Смирнова

В терминах эмпирических функций распределения критерий Колмогорова-Смирнова представлен следующей метрикой:

$$K(\mathbf{R}, i) = \max_x |F_i(x) - F(x)| \quad (3)$$

, где  $F_i(x)$  – эмпирическая функция распределения  $i$ -й строки принятой матрицы, а  $F(x)$  – эмпирическая функция распределения всей матрицы.

Такая формулировка критерия Колмогорова-Смирнова удобна для понимания, но для непосредственного вычисления удобнее переписать этот критерий в терминах рангов.

Так как функции  $F_i(x)$  и  $F(x)$  являются ступенчатыми, достаточно проверить значение метрики  $3$  в точках  $R_{it}$ . По определению,  $X_{it} = F(R_{it}) * T * q$ . Отсортируем каждую строку матрицы  $R_{it}$  (а значит и  $X_{it}$ ) по возрастанию. Тогда  $F_i(R_{it})$  будет равен  $t/T$ . Кроме того, максимум в  $3$  достигается только в точках  $R_{it} - 0$  и  $R_{it} + 0$ , где  $i$  соответствует указанной в метрике. Таким образом перепишем выражение  $3$  в виде

$$K(\mathbf{R}_i, \mathbf{R}) = \max_t \max(qt - \mathbf{X}_{it}, (\mathbf{X}_{it} - 1) - q(t - 1)) \quad (4)$$

## 6. Результаты моделирования

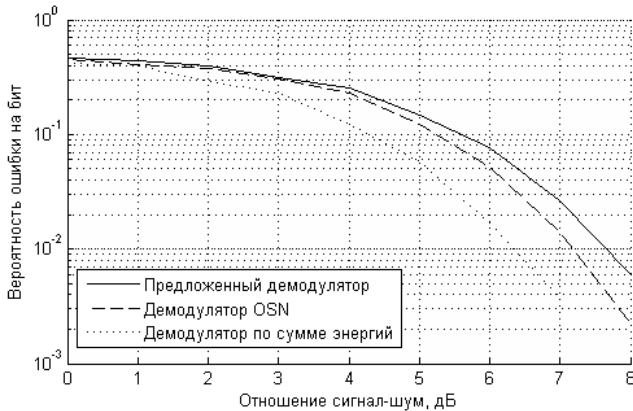


Рис. 1. Сравнение вероятности ошибки на бит для разных алгоритмов демодуляции для гауссовского канала

Для оценки вероятности ошибки в среде MATLAB™ была написана программа, позволяющая проводить моделирование для выбранной модели канала, алгоритма демодуляции и типа помехи. Параметры выбранной кодовой конструкции:

- Порядок модуляции  $q$  равен 256.
- Количество скачков на один символ  $T$  равно 10.

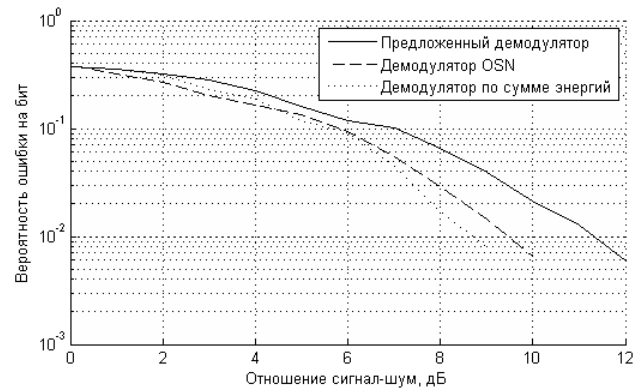


Рис. 2. Сравнение вероятности ошибки на бит для разных алгоритмов демодуляции для канала без мешающего сигнала

- Длина преобразования Фурье составляет 2048.
- Мешающий сигнал имеет мощность, на 30 дБ превышающую мощность полезного сигнала, и имеет ширину в 25% полосы передача.

Из рис. 1 видно, что для гауссовского канала предложенный демодулятор проигрывает около 1.5 дБ демодулятору по сумме энергий, который является демодулятором по максимуму правдоподобия для данного канала, и около 0.5 дБ - демодулятору OSN. На рис. 2 представлены результаты моделирования для канала COST 207. Здесь проигрыш предложенного декодера возрастает до 2 и 2.5 дБ соответственно.

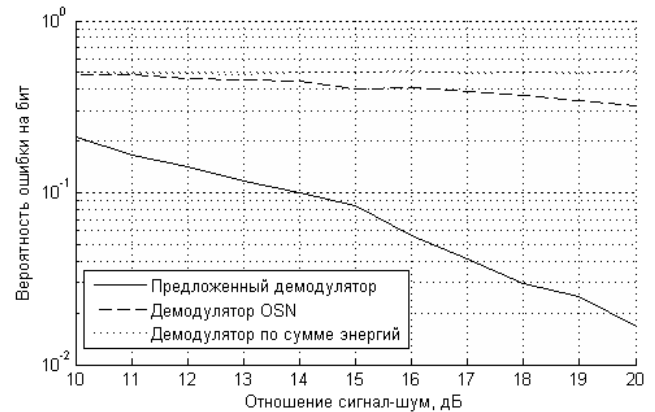


Рис. 3. Сравнение вероятности ошибки на бит для разных алгоритмов демодуляции при наличии мешающего сигнала

На рис. 3 представлены результаты сравнения корректирующей способности канала с мощным мешающим сигналом. Кривая, соответствующая демодулятору по сумме энергий, практически не отклоняется от уровня 0.5. Как видно из рисунка, в

этих условиях выигрыш при использовании статистического демодулятора превосходит 10 дБ.

## 7. Выводы

Задача построения системы передачи данных для “плохих” каналов актуальна. Одной из сигнально-кодовых конструкций, используемых для её решения, является частотно-позиционное кодирование с быстрой перестройкой частот. Существующие алгоритмы демодуляции плохо работают при наличии мощного мешающего сигнала. Предложенный алгоритм демодуляции использует статистический критерий Колмогорова-Смирнова. При компьютерном моделировании предложенный алгоритм демодуляции выигрывает у известных при наличии мощного мешающего сигнала и проигрывает при использовании “хороших” каналов. Таким образом, мы можем рекомендовать предложенный алгоритм демодуляции к использованию, особенно в качестве резервного.

## Список литературы

- [1] S. Ahmed, L.L. Yang, and L. Hanzo. Diversity Combining for Fast Frequency Hopping Multiple Access Systems Subjected to Nakagami-m Fading. In *3G and Beyond, 2005 6th IEE International Conference on*, pages 1–5. IET, 2005.
- [2] Patrick Langfeld. *OFDM für die schnelle Powerline Communication*. Mensch & Buch, Berlin, 2002.